

Zum Einfluss der Informatik auf die Mathematikdidaktik Weiterhin nur Computereinsatz und noch immer keine Medienbildung?

Horst Hischer

Anlässe zum Nachdenken und zum Vordenken

Diese Vortragsausarbeitung¹ ist ein subjektiver, skizzenhafter Rückblick auf die durch die Entstehung der Informatik bedingten (oder auch erhofften) Auswirkungen auf den Mathematikunterricht in Verbindung mit einem Ausblick als Diskussionsbeitrag zur Mathematikdidaktik.

Subjektiv ist dieser Rückblick, weil er die rund 50 Jahre seit Beginn meines Studiums in Mathematik und Physik betrifft, die stets vom Computer in seiner jeweiligen Erscheinungsform als einem selbstverständlichen Werkzeug begleitet wurden. Und darüber hinaus habe ich in Schule, Schulverwaltung und Universität an diesbezüglichen, den Unterricht betreffenden Entwicklungen mitgewirkt, die nun zu einer von mir nicht beabsichtigten didaktischen Ausrichtung zu führen scheinen.

Nachfolgend betrachte ich vier exemplarisch ausgewählte Aspekte, die für mich Anlässe zum *Nachdenken* (im Sinne des Rückblicks) und zum *Vordenken* (im Sinne des Ausblicks) bezüglich der Bedeutung und der Rolle der Neuen Medien für den Mathematikunterricht im Rahmen von Allgemeinbildung sind:

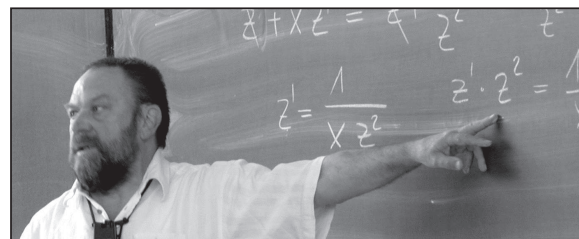
1. „Die Taschenrechner sind schuld“ – Bericht in der Tagespresse über angebliche Ursachen von Rechenfertigungsdefiziten bei Studienanfängern der Ingenieurwissenschaften.
2. Einsatz *graphikfähiger Taschenrechner* – Darstellung in einem aktuellen Schulbuch für den Einstieg in die Integralrechnung.
3. *Epistemologisches Dreieck* – zum möglichen negativen Einfluss auf die Entwicklung von Fertigkeiten und Fähigkeiten infolge zu starker Auslagerung individueller händischer Tätigkeiten auf Neue Medien.

4. „Mathematikunterricht und Informatik“ – was hat das mit „Computereinsatz“ zu tun?

„Die Taschenrechner sind schuld“

Unter der Schlagzeile „Die Taschenrechner sind schuld“ berichtete im Juni 2007 die Braunschweiger Zeitung über Rechenfertigungs-Defizite von Studienanfängern der Ingenieurwissenschaften an der Technischen Universität Braunschweig, wie sie Mathematik-Hochschullehrer festgestellt und beklagt hatten (Abb. 1). Ein Ausschnitt aus dieser Berichterstattung ist in Abb. 2 zu sehen.²

Mittlerweile gibt es ähnliche Klagen von weiteren Hochschulen und Institutionen.³ Aber wäre es denn redlich, dem entgegenzuhalten, Defizite



Schock nach der Klausur: Mathe-Professor Karl-Joachim Wirths. Foto: TU

BRAUNSCHWEIG. Mathematik-Professor Karl-Joachim Wirths von der TU Braunschweig hat einen schlimmen Verdacht: Die modernen graphikfähigen Taschenrechner verderben den Mathe-Unterricht an den Gymnasien.

Abbildung 1. „Die Taschenrechner sind schuld“

¹ Vortrag zum Thema „Die ich rief, die Geister, ... werd' ich sie wieder los? – oder: nur Computereinsatz und noch immer keine Medienbildung?“ am 29. 9. 2012 bei der Tagung des GDM-Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“, mit ausgewählten Vortragsfolien als Abbildungen, vollständige Präsentation unter: <http://www.math.uni-sb.de/ag/hischer/vortraege/soest-2012-akmui/>

² Vgl. die Dokumentation in den *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, MGDm 84/2007, S. 56–57.

³ Vgl. die Übersicht in [Pinkernell & Greefrath 2011]. Mancherorts „löst“ man das Problem durch ein „mathematisches Vorsemeester“ (das aber nicht zu verwechseln ist mit dem Anfang der 1970er Jahre von der Universität Bielefeld initiierten länderübergreifenden gleichnamigen Projekt unter wissenschaftlicher Beratung von K. P. Grottemeyer, mit der ersten gedruckten Ausgabe von 1971 bei Springer, Library of Congress Card Number: 77-171871).

Die Rechner waren auch in Niedersachsen flächendeckend für jeden Schüler eingeführt worden, um Mathe nach vorn zu bringen. „Das ist offenbar schrecklich gescheitert. Unsere Studenten können nicht mehr mit der Hand rechnen“, sagt Wirths.

Kollege Thomas Sonar pflichtet ihm bei: „Mathematik wird an den Schulen nicht mehr vollständig unterrichtet. Es ist erschütternd.“ Sonar kritisiert heftig, dass ständige Reformen wichtige Mathe-Inhalte aus dem Unterricht entfernen. Elementare Fähigkeiten im Rechnen würden nicht mehr gelehrt. Zur Frage der Taschenrechner meint Sonar nur: „Grauselig.“

Dabei ist bemerkenswert, dass beide Mathematik-Professoren zu jenen Experten gehörten, die die Einführung der grafikfähigen Rechner vorangetrieben haben. Es ging ihnen auch darum, Spaß am oft ungeliebten Stoff zu vermitteln und die Schüler durch neue Möglichkeiten gleichsam zu den Wurzeln der Mathematik vorstoßen zu lassen. Offenbar mit frustrierendem Ergebnis: „Noch nie hatten wir so viele Studenten, deren mathematische Fähigkeiten für ein Studium einfach nicht ausreichen“, sagt Wirths.

Abbildung 2. Ausschnitt aus dem Pressebericht zu „Die Taschenrechner sind schuldig!“

der Studienanfänger seien „schon immer“ beklagt worden – um dann zur Tagesordnung überzugehen, solche Klagen zu ignorieren und zu fordern, dass die Hochschulen sich doch bitte auf veränderte inhaltliche Strukturen des Mathematikunterrichts einstellen mögen? Oder sollte sich stattdessen die Schule als „Lieferant“ an Studieneingangsforderungen der Hochschule(n) orientieren? Und wie ist das Verhältnis zwischen *Allgemeinbildung* und *Studierfähigkeit* zu bestimmen?⁴

Weil mir die in den Abbildungen 1 und 2 skizzierte Reaktion der Kollegen damals zu kurz ge-griffen erschien und die (aus meiner optimistischen Sicht) fundierten didaktischen Absichten zur Einbeziehung Neuer Medien in den Mathematikunterricht anscheinend nicht (hinreichend) gewürdigt wurden, initiierte ich eine Vortragsreihe zum Thema „zur Rolle von Taschenrechnern bzw. Taschencomputern bezüglich Allgemeinbildung und Studierfähigkeit,“ die auf großes öffentliches Interesse stieß.⁵

Allerdings wurden meine Erwartungen in Bezug auf diese Veranstaltungsreihe enttäuscht, war die mehrheitliche Resonanz des insbesondere aus Lehrkräften bestehenden Auditoriums doch eher „nicht auf meiner Seite“ – so wurde den Neuen Medien hier offenbar im Hinblick auf den Mathematikunterricht kein gutes Zeugnis ausgestellt, und zwar sowohl bezüglich der Unterrichtsziele als auch der Unterrichtsbefunde.

Nach der erstmaligen Publikation der o.g. Presseberichte beteiligte ich mich in der Tagespresse an einer „Pro & Contra-Diskussion“,⁶ bei der ich in Bezug auf die „Taschenrechner-Schuld“ die Contra-Position einnahm. Mittlerweile neige ich zu einer anderen Beurteilung, die u. a. durch die „Schulbuchwirklichkeit“ bedingt ist, wie sie z. B. im zweitgenannten Anlass erscheint.

Das epistemologische Dreieck

Zunächst sei als dritter Anlass das *epistemologische Dreieck* betrachtet.⁷ Das didaktisch Wesentliche dieses epistemologischen Dreiecks ist in Abb. 3 erkennbar, es sei nachfolgend vertieft.

Der *mathematische Begriff* entsteht in kommunikativen Situationen durch Herstellung von Beziehungen einerseits zwischen den Gegenständen bzw. Objekten in der *Empirie-Sphäre* (**Anwendungsfälle**) und andererseits zwischen den Zeichen bzw. Symbolen in der *Kalkül-Sphäre* (**mathematische Struktur**).

Epistemologisches Dreieck

Nur diese beiden Sphären sind einer Beobachtung im Unterricht direkt zugänglich, weil die Kommunikation und die Handlungen sowohl der Schülerinnen und Schüler als auch der Lehrkraft sich hierauf beziehen.

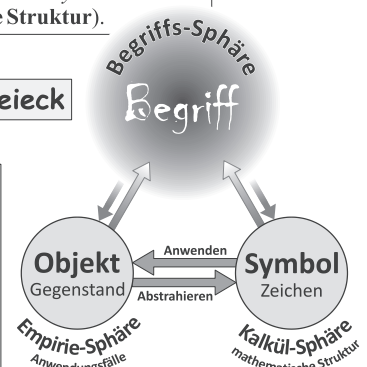


Abbildung 3. Epistemologisches Dreieck zur „Begriffs-Bildung“

Hier wird visualisierend angedeutet, dass ein mathematischer „Begriff“ nicht konkret fassbar ist, sondern dass dieser sich im Wechselspiel der sowohl individuellen als auch sozialen Handlungen

⁴ Hierzu gibt es eine gemeinsame Kommission von DMV, GDM und MNU: <http://www.mathematik-schule-hochschule.de>

⁵ Siehe: <http://mathematikunterricht.hischer.de/NeuMed/diskussion/tr-bz/vortragsreihe-tu-bs.htm>

⁶ Nachzulesen in den *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, MGD 84/2007, S. 56, ferner unter <http://mathematikunterricht.hischer.de/NeuMed/diskussion/tr-bz/>

⁷ Vgl. hierzu die in [Hischer 1996] und [Hischer 2012a, 39 f.] zitierten und interpretierten empirisch-theoretischen Untersuchungen von Bromme, Seeger und Steinbring.

zwischen der (hier von mir so genannten) *Empirie-Sphäre* und der (hier so genannten) *Kalkül-Sphäre* – gewissermaßen „hintergründig“ und schemenhaft – entwickelt und dass er (daher) *nur einer indirekten Beobachtung zugänglich* ist.

In der *Empirie-Sphäre* „erfassen“ die Individuen konkrete materielle oder ideelle *Objekte*, sammeln mit ihnen Erfahrungen und klassifizieren und „begreifen“ sie schrittweise als *Beispiele* oder *Nichtbeispiele* für den zu *entwickelnden Begriff* im Sinne des *Begriffsumfangs*. Durch die damit verbundene zunehmende *symbolisierende Abstraktion* nähern sich die Individuen in der *Kalkül-Sphäre* der Beschreibung einer gemeinsamen **mathematischen Struktur** dieser Objekte und damit einem (oder „dem“?) mathematischen *Begriffsinhalt*. Die bei diesem Abstraktionsprozess mögliche Verwendung von *Symbolen* als *bedeutungstragenden Zeichen* dient der Kommunikation zwischen den Beteiligten und bedarf eines Regelsystems, das auf einem (zu entwickelnden) *Kalkül* unter Einschluss der mathematischen Logik beruht.

Die auf diese Weise erarbeitete formale bzw. verbale (vorläufige) „Definition“ wird auf die vorhandenen und weitere Objekte der *Empirie-Sphäre* „rückwirkend“ angewendet, wobei diese nun in neuer Sicht als **Anwendungsfälle** erscheinen, gefolgt von einem erneuten Wechsel in die *Kalkül-Sphäre*, in der man „kalkuliert“ (in Verbalisierung des Umgehens mit einem Kalkül). Wegen der erwähnten Kommunikation zwischen den „Beteiligten“ findet diese *ontogenetische Begriffsbildung* nicht nur *subjektiv* statt, sondern auch *intersubjektiv*.

Für den Begriffsbildungs-Prozess ist dieser (sich wiederholende!) *Sphärenwechsel* typisch, und das im Unterricht teils beobachtbare Verharren in der *Kalkül-Sphäre* wird einer fundierten Begriffsbildung nicht dienen können. Beispielsweise wird kein adäquates Bruchverständnis entwickelt werden können, wenn lediglich Bruchrechenregeln „gelernt“ und angewendet werden, und es wird kein Verständnis für infinitesimale Prozesse entwickelt werden können, wenn etwa nur Grenzwert- und Ableitungsregeln „gelernt“ und angewendet werden: Damit wird die *Empirie-Sphäre* vernachlässigt und die *Kalkül-Sphäre* überbetont.

Umgekehrt wird man der Frage nachgehen müssen, wie es z. B. um die Begriffsentwicklung bei dominantem Computereinsatz bestellt ist. So wies ich 1995 mit Bezug auf das epistemologische Dreieck und mit Blick auf den sich damals bereits

Didaktisches Trägheitsprinzip

(Hanisch 1992, im AK-MU&I-Tagungsband 1991)

Reaktion der österreichischen Unterrichtsverwaltung und der Mathematiklehrer(innen) auf den TR:

Dieser wurde

- zuerst totgeschwiegen (Stufe 1),
- dann verboten (Stufe 2),
- mit Widerwillen erlaubt (wenn ... und aber ...) (Stufe 3) und
- schließlich verpflichtend eingeführt (1991 in Österreich) (Stufe 4).

Analog ist es beim programmierbaren Taschenrechner.

Abbildung 4. Didaktisches Trägheitsprinzip

abzeichnenden zunehmenden Einsatz von CAS im Unterricht besorgt auf mögliche damit verbundene negative Folgen für den Prozess der Begriffsbildung hin, die zu bedenken seien: Software enthält Algorithmen und Kalküle, die nicht mehr individuell beherrscht werden müssen, so dass dadurch die *Kalkül-Sphäre* vernachlässigt zu werden droht – denn hierbei wird „Denkfähigkeit“ partiell auf den Computer *ausgelagert* (vgl. Hischer 1996; 2002, S. 68 f.; 2012a, S. 40).

Die so begründete Sorge wiegt nunmehr umso schwerer, weil mittlerweile tatsächlich Stufe 4 des 1991 von Günter Hanisch formulierten „Didaktischen Trägheitsprinzips“ sinngemäß erreicht worden ist (Abb. 4). Diese Stufe war damals mitnichten als anzustrebender Segen gemeint und ist aus meiner Sicht auch heute nicht so einzuordnen.⁸

GTR-Einsatz bei der Integraleinführung

Damit komme ich mit Abb. 5 zum zweiten oben erwähnten Anlass, symbolisiert durch zwei Abbildungen und einen erläuternden Text aus einem aktuellen Schulbuch für die gymnasiale Oberstufe.

Ich beschränke mich hier auf den Anfang des dem Thema „Integral“ gewidmeten Kapitels dieses Schulbuchs. In diesem *Kapitelanfang* vermag ich keinen Weg zur Entwicklung mathematischen Denkens und Arbeitens, geschweige denn zum entdeckenden Lernen zu erkennen: Die ersten drei Seiten dienen zunächst dazu, auf außermathematischem Wege eine Motivation zur Entwicklung eines Begriffs für „bestimmtes Integral“ aufzubauen. (Das ist zwar m. E. fachlich weder sinnvoll noch angemessen – doch ist das hier nicht Gegenstand der Betrachtung.)

⁸ Hans Schupp ergänzte hierzu mir gegenüber treffend, dass dieses Trägheitsprinzip manchmal noch weiter reichen würde, so beispielsweise früher bei der „New Math“: Man denke an deren durchgehende administrative Absetzung nach Tadel von Schülern, Lehrern und Eltern, gepaart mit Kritik aller seinerzeitigen Befürworter an der fehlerhaften Durchführung mit dazu entsprechenden Eigenzitäten.

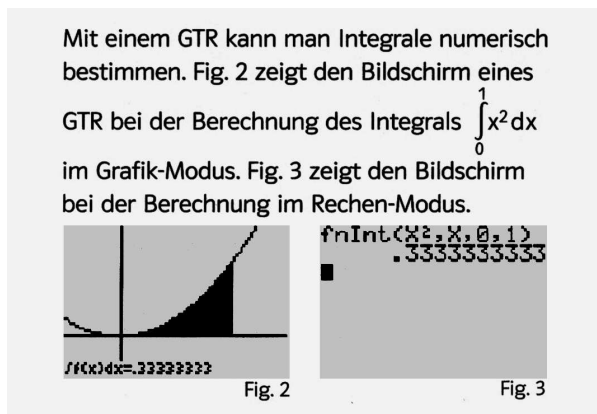


Abbildung 5. Aus einem aktuellen Schulbuch für die gymnasiale Oberstufe – Einsatz grafikfähiger Taschenrechner (GTR)

Der dann folgende Teilabschnitt „Integral“ beginnt mit dem Satz:

Mit der nebenstehenden Formel kann man aus dem Umfang U_6 des einbeschriebenen regelmäßigen Sechsecks nacheinander den Umfang eines einbeschriebenen regelmäßigen 12-Ecks, eines 24-Ecks usw. berechnen.

Und daneben befindet sich die nachfolgende Darstellung (Abb. 6), die gemäß Layout offenbar einem anderen Buch entnommen wurde.

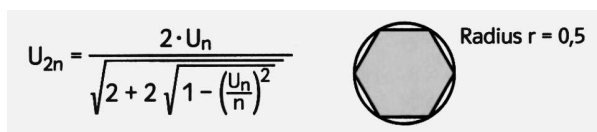


Abbildung 6. „Einstieg“ in die Integralrechnung?

Abb. 6 ist zwar mathematisch korrekt, und es wird sogar die Nullkatastrophe vermieden. Aber woher kommt diese Formel? Sie ist keineswegs trivial, sie muss vielmehr erarbeitet und darf nicht nur mitgeteilt werden, auch ist sie eigenständig auszuwerten! Zwar steht am Buchrand der Hinweis „Berechnung einer krummlinigen Fläche“ (mit einem Symbol für „CAS“). Doch soll damit nun nur die nicht erarbeitete (und damit unverstandene) Formel numerisch „überprüft“ werden? Welchen Lernzuwachs oder welchen Erkenntnisgewinn soll eine solche Vorgehensweise bringen?

Anschließend geht es auf derselben Seite ähnlich weiter, was nur angedeutet sei: Zur Berechnung des Flächeninhalts unter einer Normalparabel mittels äquidistanter Streifen (in nicht korrekter Beschreibung) wird die Formel für die Summe der ersten n Quadratzahlen lediglich mitgeteilt, um damit dann den „Grenzwert“ bilden zu können – also *Mathematik als Formel- und Rezeptsammlung*?

Nach diesen Vorbereitungen wird bereits auf der nächsten Seite (sic!) eine „Definition“ für das

(so nicht genannte „bestimmte“) Integral präsentiert, wobei es rätselhaft ist, weshalb in der Voraussetzung plötzlich ohne Erörterung die *Stetigkeit* der betrachteten Funktion verlangt wird. Das ist fachlich abstoßend und didaktisch verwerflich.

Nun mag man einwenden, dass so etwas doch in einem gymnasialen Schulbuch nicht en detail ausgeführt werden muss, weil es ja im Unterricht erarbeitet würde, jedoch steht dem entgegen, dass in diesem Buch laut Buchrücken „das abschließende mathematische Schulwissen“ bereitgestellt würde, dass ferner das Buch „alle für das Abitur relevanten Inhalte“ aus der Analysis enthalte und es für die „eigenständige Abiturvorbereitung“ ausgelegt sei. – Soll es damit etwa beim Abitur nur (noch) darauf ankommen, bestimmte Formeln zu *kennen* und z. B. nur abrufbar zu „wissen“, dass das (bestimmte) Integral für stetige Funktionen erklärt ist?

In einem sich anschließenden „Info“ erfährt man, dass die Schreibweise für das (bestimmte) Integral von Leibniz eingeführt worden sei (was historisch falsch ist), dass „dx [...] für immer kleiner werdende Intervallbreiten Δx [steht]“ und dass das x in dx die „Integrationsvariable“ sei (was beides nicht unproblematisch ist).

Doch nun kommt der „Höhepunkt“, nämlich die in Abb. 5 zu sehende Zusammenstellung: Tatsächlich wird hier also unter Umgehung des wichtigen und langwierigen Weges zur Entwicklung eines „Begriffs“ von „Integral“ (vgl. Abb. 3 nebst anschließenden Erläuterungen) und den dazu unverzichtbaren infinitesimalen Betrachtungen ein „Schnellweg“ mittels „Tastendruck“ präsentiert und mit nachfolgenden Übungsaufgaben auch „legitimiert“. Hier wurde offenbar die vor über zwanzig Jahren in der Mathematikdidaktik angesichts des Erscheinens von Computeralgebrasystemen (CAS) berechtigt gestellte und nachdenklich gemeinte Frage „Wie viel Termumformung braucht der Mensch?“ (vgl. Hischer 1993) damit beantwortet, dass nunmehr wohl auf sehr viele klassische „händische Aktivitäten“ verzichtet werden könne. Doch ist das jetzt schon durch Langzeituntersuchungen belegbar? Eher scheint das mühsame Sammeln händischer Erfahrungen für den *Erwerb von Fertigkeiten* als einem *erwerbbaaren Vermögen* wesentlich zu sein für die *Fähigkeit* zum Erkennen struktureller Zusammenhänge und für einen „verständigen“ Softwareeinsatz. – Hier liegen Vergleiche zu *Musik und dem Erlernen eines Musikinstruments* nahe ...

Auf diese Weise wird nun ein früher im Unterricht zu beobachtender, wenn auch mathematikdidaktisch nicht gewollter methodischer Fehler durch einen neuen ersetzt: Gemäß den Erläuterungen zu Abb. 4 kann kein Verständnis für infinitesimale Prozesse entwickelt werden, wenn

nur Grenzwert- und Ableitungsregeln „gelernt“ und angewendet werden, weil dann die *Kalkülsphäre überbetont* und die *Empiriesphäre vernachlässigt* wird (ein Kennzeichen schlechten, „kalkülbetonen“ Unterrichts). Doch beim hier skizzierten Weg des vordergründigen Einsatzes von GTR und CAS besteht die Gefahr einer anderen Überbetonung:

Hier werden nämlich Algorithmen und Kalküle angewendet, die in der Software implementiert sind und die man nicht mehr selber im Sinne von Fertigkeiten „beherrschen“ muss (denn sie wurden „ausgelagert“), womit die *Kalkülsphäre vernachlässigt* wird – und auch das lässt negative Folgen für die „Begriffs-Bildung“ erwarten: Für den Prozess der Begriffs-Bildung wird nämlich das epistemologische Dreieck *ausgewogen bezüglich Empirie- und Kalkülsphäre* zu berücksichtigen sein!

Und worin mag der didaktische Sinn einer wie gemäß Abb. 5 zu vermutenden Vorgehensweise liegen, wird hier doch nur der numerische Wert des betreffenden Integrals ausgeworfen – überdies mit einer nicht zufriedenstellenden (nicht „glatten“) Graphik und einem nur angenäherten numerischen Wert? Zwei mögliche didaktische Ziele könnten bei dieser Schulbuchkonzeption Parte gestanden haben: 1. die situative Einübung in den „technischen Umgang“ mit dem GTR; 2. eine schnelle Bereitstellung von „Erfolgslebnissen“.

Die darauf folgenden Beispiele und Aufgaben erhärten diesen Verdacht, denn sie dienen nur der *numerischen Berechnung bestimmter Integrale* einiger rationaler und algebraischer Funktionen und (sic!) sogar transzendenter Funktionen wie \exp und \sin – und das an dieser Stelle nur mittels GTR *vor* einer fundierten Begriffs-Entwicklung für „bestimmtes Integral“. Und natürlich werden sich etliche Schüler(innen) freuen, wie „einfach“ doch Mathematik sein kann. Das Fatale hierbei ist aber:

Mathematik wird auf diese Weise zu einem „spielerischen Knöpfchendrücken“ degradiert!⁹ Dann aber sollte man Analysis lieber komplett aus dem Inhaltskanon des Unterrichts streichen – denn kritisches Denken und Erkennen kann so nicht gefördert werden. Wo bleiben denn hierbei die eindringlichen Appelle von Martin Wagenschein: „*Rettet die Phänomene!*“ und von Hans-Joachim Vollrath: „*Rettet die Ideen!*“? Waren diese Appelle etwa vergeblich, und haben sie tatsächlich keine nachhaltigen Spuren hinterlassen?

Nun mag man vielleicht einwenden, dass der Zeitdruck in der Oberstufe doch so groß sei und man deshalb gezwungen sei, so vorzugehen. Aber

diese Ergebnislosigkeit gegenüber einem u. a. durch „G8“ und das „Turbo-Abitur“ gekennzeichneten bildungspolitischen Vorgehen ist weder nachvollziehbar noch entschuldigbar, haben doch Fachleute aus Schule und Hochschule an dem mitgewirkt, was dann Legislative und Exekutive in Gesetze, Verordnungen und Erlasse gegossen haben.

Vertiefend und ergänzend und zugleich ganz in meinem Sinn schrieb mir mein verehrter Vorgänger im Amt, Hans Schupp, hierzu:

Das nicht wegzudiskutierende Absinken des Unterrichtsniveaus auf allen Stufen unseres Schulsystems – verbunden mit immer besseren Beurteilungen und Qualifizierungen – dem Rechner bzw. Computer zuzuschreiben, ist zu kurz gegriffen. Schuld daran ist eine Bildungspolitik, die unter dem wählerwerbenden Signum der Gerechtigkeit (ein Begriff, der im Grundgesetz nicht vorkommt) – diese noch einmal reduziert auf Gleichheit – das Leistungsprinzip und damit die individuelle Förderung seit Jahren unterhöhlt.

Mathematikunterricht und Informatik – Skizze der Entwicklung aus der Sicht eines Zeitzeugen

Die folgenden Folien und textlichen Erläuterungen betreffen den vierten o. g. Anlass und deuten das *Verhältnis von Mathematikunterricht und Informatik* in seiner historischen Entwicklung an.

Die mathematisch bedeutsamen ersten beiden elektronischen Digitalrechner, die „Zuse Z22“ (mit Röhren-Flipflops, die im Prozess durchaus ausfallen konnten¹⁰) und der röhrenfreie Rechner „Electrologica X1“ (eine niederländische Entwicklung), lernte ich 1964 in der ersten Hälfte meines Studiums als wissenschaftliche Hilfskraft am Rechenzentrum der Technischen Hochschule Braunschweig kennen, und zwar in Verbindung mit Algol 60 (Algorithmic Language), einer damals revolutionären, von Mathematikern entwickelten Sprache für strukturierte Programmierung (einem Vorläufer von Pascal aus den 1970ern).

Der in Abb. 8 unten erwähnte, 1969 durchgeführte EDV-Kurs bestand aus einem theoretischen Teil (an Tafel und Schreibtisch in der Schule), kombiniert mit nächtlichen „realen“ Übungen der volljährigen Schüler im Rechenzentrum der TU. Diese „entschleunigte“ Methode war für die hoch motivierten Schüler effektiv und nachhaltig.

⁹ Aber: Die oft mit „spielerisch“ verbundene abfällige Konnotation darf nicht mit dem philosophisch anspruchsvollen Aspekt von „Mathematik als Spiel des Geistes“ identifiziert werden (vgl. dazu den übernächsten Abschnitt)!

¹⁰ Informationen unter: <http://pl.attitu.de/zuse/special/Welcome.html>



Abbildung 7. Deutscher Röhrenrechner Zuse Z22

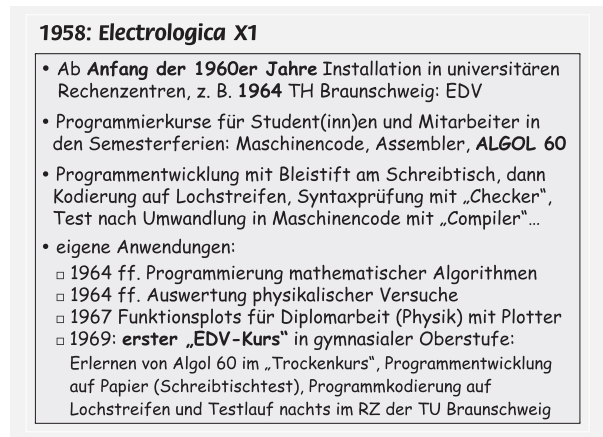


Abbildung 8. Meine Anfänge der Rechnernutzung in den 1960ern

Die 1970er und 1980er Jahre sind durch zunehmendes Eindringen von elektronischen Taschenrechnern und dann auch von Tischcomputern in den Mathematikunterricht gekennzeichnet (vgl. ausführlicher Hischer 2013).

- ab Anfang der 1970er Jahre: Einrichtung erster Informatik-Professuren an deutschen Hochschulen; elektronische Taschenrechner (TR) im Mathematikunterricht; didaktische Thematisierung von TR; vereinzelt Einsatz erster neuartiger Tischcomputer (TC) im MU (wie z. B. Wang).
- 1975: 9. Bundestagung für Didaktik der Mathematik in Saarbrücken, Gründung der GDM, bereits Vorträge zum Einsatz von TR und TC im MU.
- 1978: 12. Bundestagung für Didaktik der Mathematik in Münster, Tagungsschwerpunkt: Fragen des Informatik-Unterrichts; Gründung eines Arbeitskreises „Informatik“.
- 1979: 13. Bundestagung für Didaktik der Mathematik in Freiburg; Sitzung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ (AK MU&I) mit Thesen von Gunzenhäuser (Informatik als eigenständiges Fach) und Löthe (unverzichtbare informatische Inhalte im MU).
- Ende 1970er: Bildschirm-TC im MU (1977: Apple II und Commodore PET, 1980: Commodore 8032)
- 1980: 2. Arbeitstagung des AK MU&I in Bottrop.
 - (1) Formulierung einer Zielsetzung des AK MU&I: *Untersuchung von Auswirkungen der Informatik auf den Mathematikunterricht, die erkennbar sind und in Zukunft noch stärker in Erscheinung treten werden. Letzteres gilt unabhängig da-*

von, in welchem Umfang Informatik selbst zum Unterrichtsgegenstand in unseren Schulen wird, da in Mathematikunterricht die methodischen und anwendungsorientierten Aspekte der Informatik gegenüber den inhaltlichen den Vorrang haben.

(2) Erarbeitung von „Empfehlungen zur Einbeziehung informatischer Inhalte in den Mathematikunterricht der Sekundarstufe I“ und von „Empfehlungen zur Einbeziehung informatischer Inhalte in die Hochschulausbildung von Mathematiklehrern der Sekundarstufe I“, (1981 als „Bottroper Empfehlungen“ der GDM).

- 1983: Fächerübergreifende Grundsatztagung „Neue Technologien und Schule“ (Ev. Akademie Loccum).
- 1984: „Rahmenkonzept für die informationstechnische Bildung in Schule und Ausbildung“ (BLK).
- 1985: 6. Arbeitstagung des AK MU&I in der Reinhardswaldschule (Fuldatal bei Kassel) zum Thema: „Informationstechnische Bildung als Ziel des Mathematikunterrichts“; dort Kontroverse: „Mathematik als Leitfach“ versus „fachübergreifender Ansatz“.
- 1987: „Gesamtkonzept für die Informationstechnische Bildung“ der BLK (inkl. Medienerziehung).
- 1989: „Informations- und kommunikationstechnologische Bildung“ als Projekt-Veröffentlichung Niedersachsens zum BLK-Konzept von 1984: „integrativer Ansatz“ als fächerübergreifende Realisierung, ähnlich auch in NRW.

Es sei angemerkt, dass zu Beginn der Entwicklung die unerbittlich strenge Syntax bei der Benutzung eines TR und von Programmiersprachen vielfach zur Erwartung positiver Auswirkungen auf ggf. unzureichende syntaktische Einsichten und Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler geführt hatte.

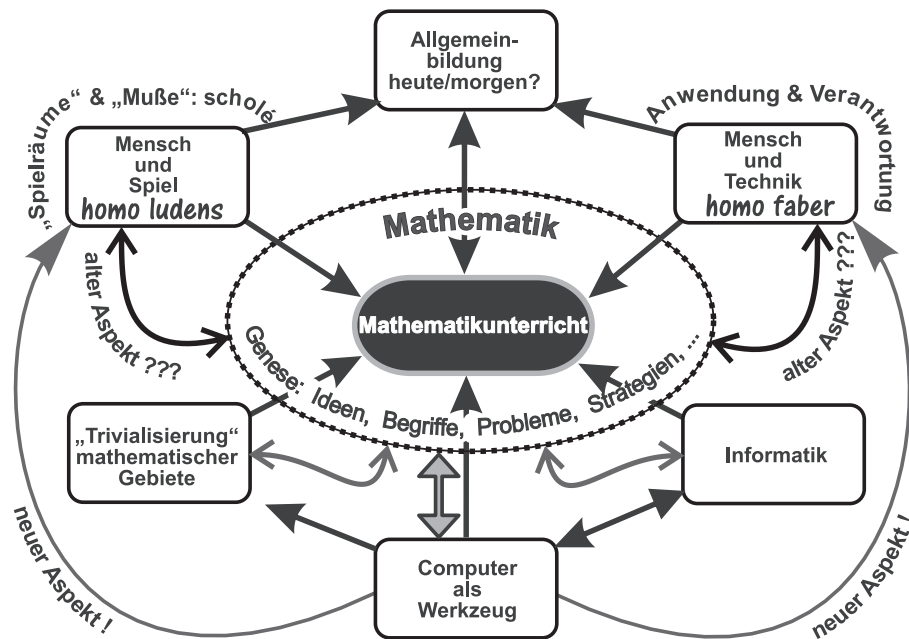


Abbildung 9. Herausforderungen an den Mathematikunterricht seit den 1990ern (vgl. Hischer 2002)

Die 1990er Jahre: Mathematikunterricht im Spannungsfeld diverser Herausforderungen

Abb. 9 zeigt vielfältige Herausforderungen, denen sich der Mathematikunterricht seit den 1990er Jahren ausgesetzt sah und sieht.

Traditionell dient der Mathematikunterricht der *Vermittlung eines gültigen Bildes der Mathematik*, wozu die Genese von Ideen, Begriffen, Problemen und Strategien gehört, aber er muss sich sowohl in ein aktuelles Konzept von *Allgemeinbildung* einfügen als auch dieses mit prägen. Ferner ist zu berücksichtigen, dass Mathematik einerseits angewendet wurde und wird und andererseits ihren Bildungswert auch ohne Blick auf *Anwendung* und *Nützlichkeit* hat, nämlich im Sinne von „*Spiel*“, wie es Horst Ruprecht 1989 betont hat:¹¹

Mathematik ist ein grandioses Spiel des Geistes, und als solche müsste sie in den Schulen erscheinen.

Bereits Schiller schreibt zum „Spiel“:¹¹

Der Mensch spielt nur, wo er in voller Bedeutung des Wortes Mensch ist, und er ist nur da ganz Mensch, wo er spielt.

Zum Spiel gehört „*Muße*“, griechisch „*schole*“, worauf „*Schule*“ zurückgeht. Die Ausführungen

im Anschluss an Abb. 5 signalisieren aber, dass Schule wohl derzeit kein (H)Ort der „*Muße*“ ist.

Unter dem Aspekt von „*Anwendung*“ gesellt sich die Mathematik zur *Technik*, gepaart mit verantwortungsethischem Bedenken eigenen Tuns.

So ruft Goethes „*Zauberlehrling*“ zum Schluss:

Die ich rief, die Geister, werd ich nun nicht los.

Doch nicht immer ist dann ein rettender Meister zur Stelle, der dann erfolgreich eingreifen kann:

In die Ecke, Besen! Besen! Seids gewesen!
Denn als Geister ruft euch nur, zu seinem Zwecke,
Erst hervor der alte Meister.

Und gemäß Karl Löwith geht es schon längst nicht mehr darum, *dass wir nicht alles dürfen, was wir können*, sondern darum, *ob wir können, was wir müssen*, worauf Bernd Guggenberger in seinem Buch „*Das Menschenrecht auf Irrtum*“ hinweist.¹²

Die anderen in Abb. 9 dargestellten Einflussfelder betreffen den Computer und die Informatik in ihrer Wechselwirkung mit Mathematik und mit dem Mathematikunterricht, wie sie beispielsweise im AK MU&I insbesondere seit Anfang der 1990er Jahre erörtert worden sind.

Doch wie wurde und wird seitens der Didaktik der Mathematik und seitens der Bildungspoli-

¹¹ Zitiert bei [Hischer 2012a, 5].

¹² Zitiert bei [Hischer 2002, 62 f.].



Abbildung 10. Medienbildung als Integrative Medienpädagogik (vgl. Hischer 2012b, 2013)

tik auf die vielfältigen in Abb. 9 dargestellten Herausforderungen reagiert? – Bezüglich *homo ludens* ist schon wegen G8 und Turbo-Abitur Fehlanzeigen zu vermeiden. Bezüglich *homo faber* ist lediglich zu konstatieren, dass „Anwendungen“ unter den Aspekten „Modellierung“ und „Realitätsbezug“ (allzu sehr) betont werden und dass dabei der Aspekt „Verantwortung“ (wohl ebenfalls wegen G8 und Turbo-Abitur?) noch auf der Strecke bleibt.

Im Hinblick auf das Einflussfeld „Informatik“ in Abb. 9 ist *nicht* erkennbar, wie und ob sich die 1980 formulierte Zielsetzung des AK MU&I in der Didaktik der Mathematik oder gar im Mathematikunterricht „flächendeckend“ niedergeschlagen hat – es sei denn, man würde den „Computer als Werkzeug“ im nächsten Einflussfeld dazu zählen. Das wäre aber Etikettenschwindel, denn Informatik ist nicht auf „Computereinsatz“ reduzierbar. Und das Einflussfeld „Trivialisierung“ (Buchberger) scheint in Verkennung des damit Gemeinten (vgl. Hischer 1992; 2002, 102 ff.) dazu zu führen, kritisches Denken durch Tastendruck ersetzen zu lassen, was mich zum Vortragshaupttitel

Die ich rief, die Geister,
... werd' ich sie wieder los?

veranlasst hat.

Was wäre denn wichtig? Das kündigt sich bereits im auf Seite 20 unter „1989“ erwähnten „integrativen Ansatz“ (vgl. hierzu Hischer 2012b und 2013) an: So kann es nicht *nur um den Computereinsatz im Mathematikunterricht* gehen, sondern die Neuen Medien müssen darüber hinaus auch zum *Unterrichtsgegenstand* werden!

Medienbildung als Integrative Medienpädagogik

Die mit der Forderung nach Neuen Medien als *Unterrichtsgegenstand* verbundene bildungstheoretische Botschaft geht auf die Loccumer Tagung „Neue Technologien und Schule“ von 1983 zurück. Wesentliche Charakteristika dieses fächerübergreifenden Bildungskonzepts, das zur *Integrativen Medienpädagogik* führte, sind in Abb. 10 erkennbar und seien hier knapp erläutert:

Integrative Medienpädagogik ist ein normatives didaktisches Konzept, bei dem „integrativ“ eine *zweifache Qualität* aufweist (vgl. auch Hischer 2002, 55–56):

- (1) Alle drei Teilbereiche der Medienpädagogik (Mediendidaktik, Medienkunde und Medienerziehung) sind bei der Planung, der Durchführung und der Evaluation von Unterricht in ihrer Gesamtheit (also „integrativ“) und nicht losgelöst voneinander und auch nicht für sich isoliert zu berücksichtigen.
- (2) Eine so verstandene Medienpädagogik kann nicht von einem einzelnen Unterrichtsfach allein übernommen werden, vielmehr sind im Prinzip alle Unterrichtsfächer gemeinsam (also „integrativ“) mit je spezifischen Ansätzen gefordert.

Die erste Forderung verdeutlicht, dass Medien (und damit auch Neue Medien) im pädagogisch-didaktischen Kontext nicht nur als methodisches Unterrichtsmittel auftreten dürfen, sondern dass sie in ihrer Vielfalt auch zum Unterrichtsgegenstand werden müssen.

Die zweite Forderung entstand in den 1980er Jahren im Zusammenhang mit dem *integrativen Ansatz*, verbunden mit einer Absage an das z. T. propagierte „Leitfachprinzip“, für das damals von manchen Bundesländern die Mathematik (oder teilweise sogar die Informatik) favorisiert wurde – denn: Kein einzelnes Fach ist in der Lage, ein solch quer zu den Fachdisziplinen liegendes und transdisziplinäres Thema wie „Neue Medien“ aus sich heraus angemessen zu behandeln.¹³

Das mit „Integrative Medienpädagogik“ intendierte didaktische Programm lässt sich heute kurz als „Medienbildung“ beschreiben, wie es bereits in [Hischer 2012b] angedeutet ist und ausführlicher in [Hischer 2013] als Beitrag im fächerübergreifenden Band [Pirner et al. 2013] dargestellt wird.

Der Aspekt der *Medienerziehung* (siehe Abb. 10: *kritischer und verantwortungsvoller Umgang ...*) hat derzeit durch das raketenhafte Auftauchen von Tablet-PCs nebst „Familienangehörigen“ in Verbindung mit „Apps“ gegenüber dem ursprünglichen medienerzieherischen Anliegen dramatisch an Bedeutung zugenommen, dem sich auch der künftige Mathematikunterricht wird stellen müssen. Dazu gehört auch, wie man sich in Bezug auf ständige medial verfügbare Versuchungen wappnen kann: vorschnelles und unkritisches *googeln* und blindes Vertrauen auf diverse *wikis* vermeiden lernen, suchthaften Verlockungen zum „nur Spielen“ mit den Geräten zu widerstehen lernen.

Fazit

Die in diesem Rahmen nur knapp möglichen Betrachtungen seien thesenartig zusammengefasst:

- Der Computer ist ein Produkt der Mathematik und der aus ihr hervorgegangenen Informatik, und er ist ein neues leistungsfähiges Werkzeug für die Mathematik und ihre Anwendungen.
- Es ist naheliegend, im Unterricht in mediendidaktisch begründeten (!) Situationen den Computer und ggf. andere Neue Medien als zeitgemäße Werkzeuge einzusetzen, wenn dadurch kritisches Nachdenken nicht ersetzt wird.
- Eine Computereinsatzmöglichkeitensuche kann im Unterricht unter mediendidaktischen Aspekten (in pädagogischer Hinsicht sowieso) keinen Platz haben.
- Wohl aber wird es im Mathematikunterricht im Rahmen eines Beitrags zu einer Medienbildung sinnvolle Einsatzmöglichkeiten Neuer Medien geben, und zwar sowohl in medienkundlicher als auch in medienerzieherischer Sicht.

- Die „aufklärende“ Behandlung Neuer Medien im Sinne von Medienkunde und Medienerziehung erfordert aber nicht immer deren Unterrichtseinsatz.
- Es ist (gemäß Klafki: „epochaltypisch“) diskursiv zu klären, was allgemeinbildungsrelevante „informatische Aspekte“ sein sollen und welche darunter den Mathematikunterricht betreffen (sollen/können).
- Die möglicherweise negativen Folgen bei übermäßiger „Auslagerung“ individueller Tätigkeiten auf den Computer sind mit Blick auf das epistemologische Dreieck zu untersuchen und zu beachten.

Das sei um folgende verschärfende These ergänzt:

- Ohne hinreichend gefestigte händische Erfahrung im Umgang mit Termen (deren Erkennen und gezieltes Umformen) *vor* Einsatz eines CAS wird in aller Regel kein Verständnis für formal beschriebene mathematische Zusammenhänge zu erwarten sein.

Daraus resultiert ein umfangreiches Programm für Forschung und Entwicklung zum Bereich *Mathematikunterricht und Medienbildung*.

Ich danke Prof. Dr. Hans Schupp, Universität des Saarlandes, für hilfreiche Anmerkungen.

Zitierte und vertiefende Literatur

- Hanisch, Günter [1992]: Die Auswirkungen der Computeralgebra auf den Mathematikunterricht. In: [Hischer 1992, 14–20].
- Hischer, Horst [1992] (Hrsg.): Mathematikunterricht im Umbruch? Erörterungen zur möglichen „Trivialisierung“ von mathematischen Gebieten durch Hardware und Software. Tagungsband 1991. Hildesheim: Franzbecker.
- [1993]: Wieviel Termumformung braucht der Mensch? In: Hischer (Hrsg.): Wieviel Termumformung braucht der Mensch? Fragen zu Zielen und Inhalten eines künftigen Mathematikunterrichts angesichts der Verfügbarkeit informatischer Methoden. Tagungsband 1992. Hildesheim: Franzbecker, 1993, S. 8–9.
- [1996]: Begriffs-Bilden und Kalkulieren vor dem Hintergrund von Computeralgebrasystemen. In: Hischer (Hrsg.): Rechenfertigkeit und Begriffsbildung. Zu wesentlichen Aspekten des Mathematikunterrichts vor dem Hintergrund von Computeralgebrasystemen. Tagungsband 1995. Hildesheim: Franzbecker 1996, S. 8–19. Siehe auch: <http://www.horst.hischer.de/publikationen/buch-beitraege/1996-AKMUI/Hischer-AKMUI-1995-Begriffsbildung.pdf>
- [2002]: Mathematikunterricht und Neue Medien. Hintergründe und Begründungen in fachdidaktischer und fachübergreifender Sicht. Hildesheim: Franzbecker (3., durchgesehene, korrigierte und aktualisierte Auflage 2005).
- [2012a]: Grundlegende Begriffe der Mathematik – Entstehung und Entwicklung. Struktur, Funktion, Zahl. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- [2012b]: Medienbildung versus Computereinsatz? In: *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 93/2012,

¹³ Vgl. die Zeitübersicht zu den 1980er Jahren.

- 23–28. Siehe auch: <http://didaktik-der-mathematik.de/pdf/gdm-mitteilungen-93.pdf>
- [2013]: Mathematikunterricht und Medienbildung. In: [Pirner et al. 2013, 339–362].
- Pinkernell, Guido & Greefrath, Gilbert [2011]: Mathematisches Grundwissen an der Schnittstelle Schule-Hochschule. In: *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht*, 64(2011)2, 109–113.

Pirner, Manfred L. & Pfeiffer, Wolfgang & Uphues, Rainer (Hrsg.) [2013]: Medienbildung in schulischen Kontexten. Erziehungswissenschaftliche und fachdidaktische Perspektiven. München: kopaed.

Horst Hischer, Universität des Saarlandes, Fakultät für Mathematik und Informatik; privat: Roonstraße 7, 38102 Braunschweig, Email: hischer@math.uni-sb.de

Vom Nutzen und Nachteil der Mathematikgeschichte für das Lehramtsstudium

Gregor Nickel

Auch wenn der Titel dieses Aufsatzes¹ auf Friedrich Nietzsches bekannte, zweite unzeitgemäße Betrachtung (vgl. [16, pp. 209]) anspielt, möchte ich einer sinngemäßen Übertragung seiner Diagnose, das Leben der Zeitgenossen leide an einem *Übermaß* an historischem Sinn, gerade nicht zustimmen. Bei der derzeitigen Situation im schulischen Mathematikunterricht wie auch im mathematischen Lehramtsstudium kann sicherlich kaum von einem solchen Übermaß die Rede sein – im Gegenteil: Mathematik wird in aller Regel fast vollständig ahistorisch vermittelt. Dies liegt vermutlich nicht zuletzt an dem merkwürdig überzeitlichen Charakter des Fachs selbst. Wenn es den Anschein hat, als seien alle (historisch kontingenten) Hervorbringungen der Mathematik eigentlich nur (bessere oder schlechtere) Abbilder Ewiger Formen, einer *mathematica perennis*², so spielen die vergangenen Gestalten und die historische Entwicklung keine Rolle; sie werden u. U. sogar als störend empfunden. In der Tat gelingt es der Mathematik offenbar wie kaum einer anderen Wissenschaft kumulativ voranzuschreiten. Ältere Erkenntnisse werden in eine aktuelle sprachliche und formale Darstellung transformiert, dabei in der Regel vereinfacht, z. T. sogar trivialisiert, während die konkrete historische Gestalt und der präformale Kontext einschließlich Motivationen und inten-

dierter Anwendungen vergessen werden (dürfen). In diesem Sinne scheint Nietzsches Überzeugung, es sei „ganz und gar unmöglich, ohne Vergessen überhaupt zu *leben*“ ([16, p. 213]), in der Mathematik nicht nur mit Bezug auf das radikale Ausblenden störender, konkreter Details beim jeweiligen Abstraktionsprozess (vgl. hierzu [3, pp. 41]), sondern eben auch in Bezug auf die eigene Geschichte zum Programm zu werden. Der *mathematische Gehalt* scheint dabei verlustlos bestehen zu bleiben bzw. in Verallgemeinerungen aufgehoben zu werden. Zudem liegen genügend Schwierigkeiten in der Sache selbst. Die Darstellung historischer Aspekte wirkt dann wie eine zusätzliche Belastung, auf die schon aus Zeitgründen verzichtet wird.

Dass Geschichte und Philosophie einer wissenschaftlichen Disziplin jedoch untrennbar zu ebendieser Disziplin gehören, auch wenn die Reflexions- und Orientierungsdisziplinen methodisch teilweise ganz anders arbeiten, soll hier nur kurz vermerkt, aber nicht weiter vertieft werden. Schon von daher besteht Veranlassung, philosophische und historische Reflexionen als Bestandteile in ein umfassendes Studium des Fachs Mathematik zu integrieren. Bei den folgenden Überlegungen werden wir uns jedoch nur auf einen kleinen Ausschnitt dieser umfassenden Thematik

¹ Der vorliegende Aufsatz ist eine Kurzfassung des Beitrages [15]. Für hilfreiche Kommentare danke ich Andreas Vohns und Gabriele Wickel!

² Diese Haltung kommt besonders hübsch in dem Mythos vom „Buch der Beweise“ zum Ausdruck, vgl. das Vorwort in M. Aigner, G. M. Ziegler: *Das Buch der Beweise*. Springer-Verlag, Berlin 2002.