# Vorwort

Zum neunten Mal in Folge traf sich der Arbeitskreis „Mathematikunterricht und Informatik“ zu seiner alljährlichen Herbsttagung hier in Wolfenbüttel, mit dem bisherigen Rekord von 67 Teilnehmerinnen und Teilnehmern – und das, obwohl zum zweiten Mal mit der Tradition der reinen Wochenendtagung gebrochen wurde und die Tagung nicht erst an einem Freitag, sondern bereits am Donnerstag begann.

Es waren wieder Teilnehmerinnen und Teilnehmer aus ganz Deutschland vertreten, darüber hinaus auch wieder aus Österreich und der Schweiz – und das, obwohl parallel eine wichtige themenähnliche Tagung in Klagenfurt statt fand, an der viele Kolleginnen und Kollegen teilnahmen, die sonst bei den Tagungen dieses Arbeitskreises dabei waren. Immerhin: Es zeigte sich wieder mal um so mehr, dass dieser Arbeitskreis eine ganz eigenartige Anziehungskraft hat.

- **Modellbildung — das Tagungsthema**

*Modellbildung* – dieses war das Leitthema der Tagung – und das im Zusammenhang mit der generellen Zielsetzung des Arbeitskreises, nämlich *Auswirkungen der Informatik auf den Mathematikunterricht, die erkennbar sind und in Zukunft noch stärker in Erscheinung treten werden*, zu untersuchen.

Dabei spielen ja im derzeitigen Mathematikunterricht die durch die Informatik hervorgebrachten Werkzeuge und Medien wie Computer und Internet noch längst nicht die Rolle, die möglich wäre. Ob sie wünschbar wäre, ist ja noch eine ganz andere Frage.

Welche Erwartungen verbinden wir nun mit dem Thema „Modellbildung“? Vor allem:

- Was verstehen *wir* eigentlich unter „Modellbildung“?

Dass diese Frage möglicherweise nicht trivial ist, zeigen schon viele Beiträge in diesem Tagungsband, die sich gerade damit befassen. Ich möchte daher mit diesem Vorwort einige persönliche Anmerkungen vorausschicken, mit denen ich auch die Tagung eröffnet hatte.

Wirft man einen Blick in die fachdidaktische Literatur, so hat man schnell den Eindruck, dass alles schon gesagt ist: Bei der *mathematischen Modellbildung* geht es darum, einen „Ausschnitt“ der Realität zunächst jenseits der Mathematik vereinfachend als sog. „Realmodell“ zu beschreiben und dieses sodann mit Hilfe mathematischer Methoden so zu erfassen, dass eben dieser Ausschnitt durch das damit entstandene „mathematische Modell“ möglichst adäquat wiedergegeben wird und somit reale Prozesse nachvollzogen und sogar prognostiziert werden können.

Mathematik kann damit – unter geeigneten Bedingungen – als Mittel zur angemessenen Beschreibung von gewissen Ausschnitten der Wirklichkeit gelten – eben dieses ist die „Modellierung“, und die dabei entwickelte Theorie bzw. der Kalkül ist das „Modell“. Wir können somit das mathematische „Modell“ dem „Original“ aus der Realität gegenüberstellen, und damit liegt scheinbar eine ähnliche Situation wie bei Modellen in den Naturwissenschaften oder beim Modellflugzeugbau vor: Die Modelle werden den Originalen möglichst getreu nachgebildet, und aus eben diesem Grunde spricht man ja auch von den „Modell*bildnern*“ als denjenigen, die für konkrete Zwecke solche Modelle entwickeln.

- **Modelle <u>*in*</u> der Mathematik ...**

Soweit scheint alles klar zu sein.

Aber nun muss ich Einspruch aus Sicht der Mathematik erheben, denn ganz so einfach können wir das wohl nicht machen: Immerhin haben wir ja auch noch die Mathematik als *die* wesentliche Bezugswissenschaft der Mathematikdidaktik. Und auch dort gibt es den fundamentalen Begriff des „Modells“:

Und zwar ist ein „Modell“ hier bekanntlich ein strukturtheoretischer Begriff – vielleicht ein wenig in Vergessenheit geraten durch die Verteufelung der Strukturmathematik –, mit dem eine konkrete Interpretation oder Deutung einer abstrakten mathematischen Struktur bezeichnet wird, und zwar in der Weise, dass dieses Modell auch sämtliche Eigenschaften dieser abstrakten Struktur aufweist, es also ein *homomorphes Bild* davon ist.

So bildet etwa die Menge der Pfeilklassen mit passenden Verknüpfungen ein Modell der abstrakten Struktur „Vektorraum“, und die spannende mathematische Frage ist dann, *wie viele* – im Sinne der Isomorphie – unterschiedliche Modelle eine bestimmte mathematische Struktur hat, darüber hinaus: *ob* sie überhaupt ein Modell hat. So wissen wir beispielsweise, dass sämtliche Modelle des Peano-Axiomensystems isomorph sind, aber wir wissen – im Sinne von Beweisbarkeit – interessanterweise nicht, ob es überhaupt ein Modell gibt, was wiederum bekanntlich damit zusammenhängt, dass wir die Widerspruchsfreiheit der axiomatischen Mengenlehre nicht beweisen können.

Insofern geht man dann in der Mathematik auf Modell*suche*, nachdem man – ausgehend von einer konkreten Struktur – eine abstrakte Struktur axiomatisch gebildet hat. In der Mathematik treibt man damit „*Strukturbildung*“ in Verbindung mit „*Modellsuche*“.

- **... und fächerübergreifend**

Wenn wir hier nun im Zusammenhang mit der Anwendung von Mathematik auf die „reale Welt“, also auf Ausschnitte der Realität, von „Modellbildung“ sprechen, so meinen wir inhaltlich damit doch folgendes: Wir suchen eine mathematische Struktur derart, dass der in seiner eigenen Struktur bereits erkannte Ausschnitt der Realität ein Modell („Realmodell“) dieser *aufzudeckenden mathematischen Struktur* ist, mit anderen Worten:

Die gesuchte (mathematische!) Struktur soll so beschaffen sein, dass der gegebene Ausschnitt der Realität (möglichst!) als ein *isomorphes Bild* dieser Struktur erscheint. Innermathematische Kenntnisse dieser Struktur, also eine *Theorie dieser Struktur*, erlauben dann verlässliche Aussagen (z. B.: Prognosen) über diesen Ausschnitt der Realität, sofern die Isomorphie vollständig erreicht wurde, was jedoch in der Regel nur im Sinne eines optimierenden Kreisprozesses graduell erreichbar ist.

Damit ist dieser Prozess, den wir üblicherweise „Modellbildung“ nennen, vom Standpunkt der Strukturmathematik eigentlich eine „Strukturbildung“: Wir bilden zwar das „Realmodell“, dieses jedoch noch außerhalb der Mathematik. Dieses vorausgesetzt existiert das „Modell“ bereits! – Es wird also innerhalb der Mathematik nicht mehr „gebildet“, vielmehr wird eine *mathematische (möglichst!) isomorphe abstrakte Struktur gebildet*!

Es wird damit deutlich, dass das Thema „Modellbildung“ für den Mathematikunterricht zwingend eine außerhalb der Mathematik liegende und damit eine *fächerübergreifende Perspektive* hat: Im vorliegenden Kontext betreiben wir *Modellbildung* also i. d. R. außerhalb der Mathematik, davon nicht losgelöst dann innerhalb der Mathematik *Strukturbildung*.

Andererseits erlaubt uns nun obige Feststellung der Isomorphie auch die gebräuchliche Interpretation von „Modellbildung“ zu retten, weil die vermittelnde, angestrebte (!) Isomorphie aufgrund der Bijektivität gewissermaßen symmetrisch ist. Und schließlich kann man dann die philosophische Frage aufwerfen, welches von beiden denn dann nun „Struktur“ und welches „Modell“ ist.

Halten wir also fest, dass wir in diesem Sinne in unserem Kontext unter einem *„mathematischen Modell“* eine *„mathematische Struktur“* verstehen können und auch müssen, für welche der betrachtete Ausschnitt aus der Realität sich als „Modell“ erweist, also als „Realmodell“.

Unabhängig von diesem begrifflichen Aspekt der „Modellbildung“ bleibt aber die Frage, welche Teile der Realität im Sinne dieser mathematischen Strukturbildung – oder wie wir ja auch sagen: dieser *Modellbildung* – erfasst werden können, welche Probleme hierbei auftauchen und ob und wo es *Grenzen solcher Modellbildung* gibt bei jenem Prozess der „Isomorphisierung“, wie man diesen auch nennen könnte.

- **Zum Tagungsband**

Der vorliegende Tagungsband liefert eine Fülle von Beiträgen zu diesen Fragen, und zwar nicht nur in reichhaltiger, vielfältiger Weise aus der fachdidaktischen Sicht von Mathematik und Informatik und aus der Schulpraxis, sondern auch von Experten aus Mathematik, Informatik, Ingenieurswissenschaft und Wirtschaftswissenschaft.

Den Autorinnen und Autoren danke ich für die Überlassung der Beiträge, die in ihrer Gesamtheit einen bisher einmaligen Überblick zum Thema „Modellbildung, Mathematikunterricht und Computer“ darstellen.

Der Verlag Franzbecker setzt freundlicherweise diese 1991 begonnenen *proceedings* fort, die mittlerweile ein wichtiges Diskussionsforum in der Didaktik der Mathematik bilden. Dem Ernst Klett Schulbuchverlag, der Firma CASIO Computer Deutschland und der Firma Texas Instruments Deutschland danke ich wiederum für die freundliche finanzielle Förderung bei der Erstellung dieses Tagungsbandes. Und die Fachhochschule Braunschweig-Wolfenbüttel hat großzügigerweise wieder ihr Rechenzentrum für unseren Internet-Workshop geöffnet. Nicht zu vergessen ist eine Danksagung an Petra Feuerstein-Hertz von der Herzog-August-Bibliothek in Wolfenbüttel, die mit ihrer Werkauswahl zur Geschichte der Mathematik den Exkursionsteilnehmern (nicht nur!) haptisch wertvolle Erlebnisse zu „Modellbildung und Mathematik“ ermöglicht hat.

Und zuletzt möchte ich Wilfried Herget ein herzliches Dankeschön für seine intensive, fundierte Hilfe bei der Endredaktion dieses Bandes aussprechen!

Ich wünsche allen Leserinnen und Lesern eine gewinnbringende Lektüre. Zugleich beende ich hiermit meine achtjährige Herausgeberschaft dieser von mir 1991 begründeten „prodeedings“.

Braunschweig, im Februar 2000

Horst Hischer