

Horst Hischer:

*Studien zum Gleichungsbegriff.*

**Rezension im MNU-Journal, 2022.**

Der Begriff der Gleichheit spielt die zentrale Rolle in diesem Buch mit dem Titel „Studien zum Gleichungsbegriff“ – thematisch ist der Band damit im Bereich einer der „Big Ideas“ der Mathematik unterwegs, denn das Identifizieren (bezüglich irgendwelcher Kriterien) gleichartiger Objekte, deren Gleichsetzung, das Suchen nach „dem Gleichen“ oder nach Eigenschaften, die Objekte bezüglich irgendwelcher Kriterien „gleich“ oder ver-„gleich“-bar machen, ist zweifellos ein die Mathematik in den verschiedensten Bereichen durchziehendes Bündel von Denkweisen, für die auch eine Reihe von Begriffen sowie Sprech- und Notationsweisen entstanden sind. Aber was bedeutet es, wenn im Mathematikunterricht von „gleich“ die Rede ist? Und was sind die fachmathematischen Grundlagen? Kann man die Begriffe „Gleichheit“ und „Gleichung“ definieren und wenn ja, wie kontextabhängig sind solche Definitionen? Woher kommen die Begriffe und Notationen mathematikgeschichtlich und wie wurde seinerzeit mit Ihnen umgegangen?

Gleich am Anfang des Buches bezieht HORST HISCHER seine Leser/innen in seine persönlichen ersten Erfahrungen bei der Auseinandersetzung mit diesen Fragen ein und schildert, wie er ausgehend von der scheinbar vertrauten Gleichheit, die in Form des Gleichheitszeichens bereits seit dem Kindesalter zu einem ständig verwendeten Begriff geworden ist, schnell bemerkte, dass der Gleichheitsbegriff meist kaum ausführlich thematisiert, hinterfragt oder definiert wird. Aus dieser Situation heraus unternimmt der Autor zusammen mit dem Mathematiker ULRICH FELGNER Studien, die den Gleichheitsbegriff wie auch den Gleichungsbegriff fachlich und fachdidaktisch näher ausleuchten sollen.

Dabei kommen verschiedene Bedeutungsfacetten ans Tageslicht, die fachdidaktisch durchaus Probleme aufwerfen können: Das Gleichheitszeichen als Aufforderung zum Ausrechnen, etwa in „ $4 + 6 = \dots$ “ oder die Zerlegbarkeitsaussage „ $10 = 4 + 6$ “ beispielsweise können aus Lernendensicht stark unterschiedliche Bedeutungsgehalte haben. Nimmt man benachbarte Begrifflichkeiten aus dem Mathematikunterricht hinzu, etwa das „Vergleichen“, das „Gleichsetzen“, die „Vergleichbarkeit“ oder das „Identisch-Sein“, so wird der Aspektreichtum schnell noch vielfältiger und komplexer. Eine Differentialgleichung etwa stellt oft eher eine Frage dar, ob Funktionsterme gefunden werden können, die eine Gleichheit zwischen zueinander äquivalenten Termen erst herstellen können.

HORST HISCHER stellt in dem Band vor allem auch aus mathematikhistorischer Perspektive verschiedene Begriffsbeschreibungen und Auffassungen zum Gleichheits- und Gleichungsbegriff zusammen, die den Überlegungen etwa zu einer axiomatischen Grundlegung des Identitätsbegriffs einen reichhaltigen und facettenreichen Hintergrund geben. Eine damit zusammenhängende gewisse Schwierigkeit im Verlaufe des Buches besteht darin, dass Begriffe wie „Gleichheit“, „gleich“ oder „Identität/identisch“ in verschiedenen Kontexten auftreten und gebraucht werden, von mathematischen Bedeutungen bis hin zum „Alltagsgebrauch“ der Ausdrücke. Dies kann sich verständniserschwerend auswirken, manche/r Leser/in wird möglicherweise das Bedürfnis spüren, durch die Einführung und Verwendung weiterer differenzierender Begriffe Bedeutungsunterschiede stärker zu betonen.

In jedem Fall bieten die im Buch zusammengetragenen Zitate, Quellen und Gedanken eine recht breite Basis, um auch im Mathematikunterricht ausgewählte Überlegungen des Buches zum Gegenstand der Reflexion der Lernenden im Mathematikunterricht zu machen. Neben einem eigenen Nachdenken als Lehrkraft über den Gleichheitsbegriff liegt hier sicherlich ein für die Unterrichtspraxis relevanter Mehrwert dieses Buches: Auch Schüler/innen verfügen ja aus ihrer eigenen „mathematischen Biografie“ bereits über viele Erfahrungen mit dem Gleichheitsbegriff und können auf diese Weise von Impulsen zum Reflektieren der mit Erscheinungsformen der Gleichheit verbundenen Begriffe profitieren. Auch wenn HORST HISCHER in „Zusammenfassung“, „Rückblick“, „Ausblick“ und „Schlusswort“ des Büchleins nochmals zentrale Gedanken zum Gleichheits- und Gleichungsbegriff zusammenträgt, dürfte dennoch Raum für individuelle Überlegungen, Vorstellungen und persönliche Fazits der Lernenden am Ende eines solchen Reflexionsprozesses bleiben. Hier ist sicherlich auch für die Lernenden – wie auch für die Leser/innen des Buchs – der Weg das Ziel.

Insgesamt ist der Band ein schönes Beispiel dafür, wie lohnend es sein kann, das scheinbar „Einfache“ und „Basale“ einer näheren kritischen Untersuchung zu unterziehen. Lehrende und Lernende können so ganz neue Gesichter und Aspekte an den Ihnen scheinbar längst „bekanntem“ mathematischen Objekten entdecken.